

## 05. 結合律とカタラン数

代数 1

### 閉鎖率(亜群)

$$S = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

例1

$$x * y = |x - y|$$

例2

$$x * y = x^y$$

例3

$$x * y = \frac{x + y}{2}$$

### 結合律が成立しない場合

- 結合律(半群)

$$(x * y) * z = x * (y * z)$$

- 結合律が不成立ということは  
いくつかの演算の組み合わせが存在する

$$abcdef \quad (ab)[\{c(de)\}f] \\ a(bcd)ef$$

### カタラン数

- 因子の順序を変えない括弧の付け方の個数

$$c(n)$$

$n+1$ 個の元の積

$$a_0 a_1 a_2 a_3 \cdots a_n$$

$$c(0)=1 \quad c(1)=1 \quad c(2)=2 \quad c(3)=5$$

### カタラン数

$$c(0)=1$$

$$c(n+1) = \sum_{r=0}^n c(r)c(n-r) \\ = c(0)c(n) + c(1)c(n-1) + \cdots + c(n)c(0)$$

$$c(n) = \frac{1}{n+1} \binom{2n}{n} = \frac{(2n)!}{(n+1)!n!} \quad (n \geq 0)$$

### オイラーの問題

