

## 06. 群表

代数1

### 群

• 空でない集合Gに対して, ある演算\*が定義

(1)閉鎖律

(2)結合律  $(x*y)*z = x*(y*z)$

(3)単位元  $e$  の存在  $e*x = x*e = x$

(4)逆元  $x'$  の存在  $x'*x = x*x' = e$

(5)可換律  $x*y = y*x$

可換群

### 位数

• 群Gの元(要素)の個数n      位数n

$$|G| = n$$

- 有限群...有限位数の群
- 無限群...

### 群表 → ラテン方阵

• 群表においては, 表の各行と各列にその群のすべての元が漏れなく重複無く丁度1回ずつ現れる.

$$S = \{e, a, b, c, d\}$$

	$e$	$a$	$b$	$c$	$d$
$e$	$e$	$a$	$b$	$c$	$d$
$a$	$a$	$e$	$d$	$b$	$c$
$b$	$b$	$c$	$e$	$d$	$a$
$c$	$c$	$d$	$a$	$e$	$b$
$d$	$d$	$b$	$c$	$a$	$e$

### 同型

• 演算の記号の違いを除けば完全に等しい構造を持つとき, 同型

$$G \cong G'$$

• 位数1,2,3の群は同型を除くと次の場合のみ

$n=1$	$n=2$	$n=3$
$e$	$e$ $a$	$e$ $a$ $b$
$e$ $e$	$e$ $e$ $a$	$e$ $e$ $a$ $b$
	$a$ $a$ $e$	$a$ $a$ $b$ $e$
		$b$ $b$ $e$ $a$

### クラインの4元数

• どの元もその元自身を逆元とし, 異なる二つの積は残りの元となる.

$$a^2 = b^2 = c^2 = e$$

$$ab = c, bc = a, ca = b$$

	$e$	$a$	$b$	$c$
$e$	$e$	$a$	$b$	$c$
$a$	$a$	$e$	$c$	$b$
$b$	$b$	$c$	$e$	$a$
$c$	$c$	$b$	$a$	$e$

次回: 中間試験