

## 09. 環と体1

代数1

### 群

- ・ 2元演算の加法において群をなすとき加法群
- ・ 乗法であれば, 乗法群
  
- ・ 加法における単位元は一般に 0
- ・ 乗法における単位元は一般に 1

### 環と体

#### 環

2つの演算(加法と乗算とすれば)に対して

- (1) 加法に関して群
- (2) 乗法に関して結合律
- (3) 乗法単位元が存在
- (4) 分配律

#### 体

環に対して除算が成立すなわち

- (1) 零元以外が可逆元  
→(斜体)
- (2) 乗法に関して可換

### 体

- ・ 集合Fが2つの演算(加法と乗法)をもち,  
(1) Fは加法群であり,  
(2)  $F^* = F - \{0\}$  が乗法において可換群
- ・ (3) 分配律

$$a(b + c) = ab + ac$$

### 環

- ・ 集合Fが2つの演算(加法と乗法)をもち,  
(1) Fは加法において群  
(2) Fが乗法において半群
- ・ (3) 分配律

$$a(b + c) = ab + ac$$

- ・ 乗法において逆元をもつとはいえない

### 整域

- ・ 零因子: 非零の元で演算の結果, 零元0となる因子のことをいう

$$ab = 0(a \neq 0, b \neq 0)$$

- ・ 単位元1を持つ可換環で零因子が存在しないとき整域という