

13. 複素数

代数1

オイラーの公式

$$e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta \quad (i^2 = -1)$$

$$\cos \theta = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}, \sin \theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2}$$

1の原始n乗根

一般に、1のn乗根の一つを ω (オメガ)とするとき、すべての1のn乗根が

$$1, \omega, \omega^2, \omega^3, \dots, \omega^{n-1}$$

の形で表わされるならば、 ω を1の原始n乗根という

実数の拡大体 = 複素数

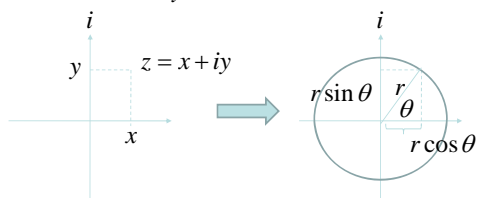
実数体 R に対して、虚数 i を拡大することで
 $C = R[i]$

実数は $a \in R$

$R[i]$ は $a + bi \in R[i], \quad a, b \in R$

極形式

複素数 $z = x + iy$



$$z = re^{i\theta} = r(\cos \theta + i \sin \theta)$$

2次の正方行列

$$\text{単位元} 1 \leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \text{虚数単位元 } i \leftrightarrow \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$x + iy \leftrightarrow x \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + y \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & -y \\ y & x \end{bmatrix}$$

このように表わされる行列において和、差、積、商を考えてみよう