11. 複素数体

代数II

環と体

環	体
2つの演算（加法と乗算とすれば）に対して (1) 加法に関して群 (2) 乗法に関して結合律 (3) 乗法単位元が存在 (4) 分配律	環に対して除算が成立 すなわち (1) 零元以外が可逆元 →（斜体） (2) 乗法に関して可換

体

- 集合Fが2つの演算（加法と乗法）をもち，
（１）Fは加法群であり，
（２）F＊＝F－{0} が乗法において可換群
- （３）分配律

$$a(b+c)=ab+ac$$

法5の剰余類（剰余環，整域，体）

$$Z_5 = \{0,1,2,3,4\}$$

+	0	1	2	3	4
0	0	1	2	3	4
1	1	2	3	4	0
2	2	3	4	0	1
3	3	4	0	1	2
4	4	0	1	2	3

加法群
加法単位元　0

加法において逆元が存在

乗法に関して結合律を満たす

乗法単位元　1

加法と乗法に関して分配律を満たす

$$x(y+z) = xy + xz$$

$$例)\quad 1(2+3) = 2+3 = 0$$

逆元について
　1については1
　2については3
　3については2
　4については4

実数の拡大体＝複素数

実数体Rに対して，虚数iを拡大することで

$$C = R[i]$$

実数は $a \in R$

$R[i]$は $a + bi \in R[i], \quad a, b \in R$

2次の正方行列

$$\text{単位元}1 \leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \text{虚数単位元}i \leftrightarrow \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$x + iy \leftrightarrow x\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + y\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & -y \\ y & x \end{bmatrix}$$

このように表わされる行列において和，差，積，商を考えてみよう