０８．中間試験の確認

代数代数１

問題1　数学的帰納法

- 何を証明するのかを明確にしましょう
- 基本形式
  - ① n=1の場合，成立することを示す
  - ② n=kが成立するならばn=k+1が成立することを示す

(1)$2^{n+2}+3^{2n+1}$は7の倍数

$S(n)=2^{n+2}+3^{2n+1}$とおく

(i)　$n=1$のとき

$S(1)=2^{1+2}+3^{2\cdot1+1}=8+27=35=5\times7$

7の倍数である

(ii)　$n=k$のとき7の倍数と仮定すると

$S(k)=2^{k+2}+3^{2k+1}=7l$　　　ー①

$n=k+1$に対しては

$S(k+1)=2^{(k+1)+2}+3^{2(k+1)+1}=2\cdot2^{k+2}+9\cdot3^{2k+1}$

①から$3^{2k+1}=7l-2^{k+2}$を利用すると

$S(k+1)=2\cdot2^{k+2}+9\cdot\left(7l-2^{k+2}\right)=7\cdot\left(9l-2^{k+2}\right)$

以上から，$n+1$のときも成立する．

したがって,$2^{n+2}+3^{2n+1}$は自然数nに対して7の倍数である．

(2)$2^n>2n-1$

$S(n)=2^n-2n+1$とおき，$S(n)>0$を示す

(i)　$n=1$のとき

$S(1)=2^1-2\cdot1+1=1>0$

成立する

(ii)　$n=k$のとき$S(k)>0$と仮定すると

$S(k)=2^k-2k+1>0$　　　ー①

$n=k+1$に対しては

$S(k+1)=2^{k+1}-2(k+1)+1=2\cdot2^k-2k-1$

①から$-2k>-2^k-1$を利用すると

$S(k+1)>2\cdot2^k-2^k-1-1=2^k-2$

以上から，成立する．

したがって,$2^n>2n-1$が成立する．

問題2　法6の剰余類

(1)$Z_6=\{0,1,2,3,4,5\}$

(2)加法において群となる(省略)

(3)乗法において，Z_6は群とはならない

部分集合について考えてみる

$\{1\},\{1,5\}$

$\{1,2,4\}$

	1	2	4
1	1	2	4
2	2	4	2
4	4	2	4

閉鎖律は満たすが，逆元はない

$\{4\}$

	4
4	4

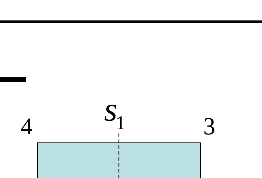
長方形のシンメトリー

$r_0=1=$中心0で0度回転

$r_1=$中心0で180度回転

$s_1=$左右折り返し

$s_2=$上下折り返し



	r0	r1	s1	s2
r0	r0	r2	s1	s2
r1	r1	r0	s2	s1
s1	s1	s2	r0	r1
s2	s2	s1	r1	r0