

12. ハミルトンの4元数

代数演習1

試験問題の希望調査

- ・ ブール環 和と積を求める
- ・ 合同式
 - オイラーの定理、フェルマーの定理
- ・ 群、環、体
 - 剰余類など
 - 演算表
 - 結合律、カタラン数

代数学の基本定理(ガウス、1799)

- ・ n 次の代数方程式は、重複度を数えれば、複素数の範囲で必ず n 個の根を持つ

アーベルの定理

「 $n \geq 5$ なるとき、一般 n 次方程式は四則演算とべき根によって解くことは出来ない」

ハミルトンの4元数

$$a + bi + cj + dk$$

$$i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1$$

各自で確認すること

$$ij = k, jk = i, ki = j$$

$$ji = -k, kj = -i, ik = -j$$

4元数の逆元

$$(a + bi + cj + dk) \cdot x = 1$$

を満たす x を求めよ

数学の意味

アルキメデスの公理

- ・ 任意の整数 a, b に対して、 $b < na$ となるような自然数 n が存在する。

有理性の稠密性

- ・ 数直線上の任意の2点 x, y ($x < y$)の間には少なくとも一つの、従って無限個の有理数が存在する。