# 基礎数学Ⅱ
# 5回目　数列の極限

後期
担当：河野
岡山理科大学総合情報学部情報科学科

## 数列の収束と発散

$$\{a_n\}_{n=1}^{\infty} = \{a_1, a_2, a_3, \cdots, a_n, \cdots\}$$

収束

$$\lim_{n\to\infty} a_n = \alpha \qquad a_n \to \alpha \quad (n \to \infty)$$

発散

$$\lim_{n\to\infty} a_n = \infty \qquad a_n \to \infty \quad (n \to \infty)$$ 正の無限大に発散

$$\lim_{n\to\infty} a_n = -\infty \qquad a_n \to -\infty \quad (n \to \infty)$$ 負の無限大に発散

# 数列の極限値

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}=0,\qquad \lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2}=0,\qquad \lim_{n\to\infty}n=\infty,\qquad \lim_{n\to\infty}n^2=0$$

$\lim_{n\to\infty}a_n=\alpha,\qquad \lim_{n\to\infty}b_n=\beta,$

(1) $\lim_{n\to\infty}\{ca_n\}=c\alpha$

(2) $\lim_{n\to\infty}\{a_n\pm b_n\}=\alpha\pm\beta$

(3) $\lim_{n\to\infty}\{a_n b_n\}=\alpha\beta$

(4) $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}=\frac{\alpha}{\beta}$

(5) つねに$a_n\le b_n$ならば $\alpha\le\beta$

(6) つねに$a_n\le c_n\le b_n$であって $\alpha=\beta$ならば$\lim_{n\to\infty}c_n=\alpha$

3

# 数列の極限値の例（練習）

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\lim_{n\to\infty}2^n$$

$$\lim_{n\to\infty}(-2)^n$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{2n^2-n+5}{n^2-1}$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{n}-\sqrt{n-1}\right)$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{2^n+3^n}{2^n-3^n}$$

4

## 循環小数（練習）

$$1.\dot{2}\dot{4} = 1.24242424\cdots$$

分数で表すと

5

## 今日の問題

$$\lim_{n\to\infty}\frac{3n^2-2n+1}{n^2+n+1}$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n}-\sqrt{n-1}}{\sqrt{n+2}-\sqrt{n}}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{5^n}=\frac{1}{5}+\frac{1}{25}+\frac{1}{125}+$$

$$1.\dot{1}2\dot{3}=1.123123\cdots$$

6

# Mondai no Kotae

$a_1 = 2, d = 4$

$a_n = 2 + 4(n-1) = 4n - 2$

$S_n = \frac{n(2+4n-2)}{2} = 2n^2$

$a_1 = 2, d = \frac{1}{5}$

$a_n = 2 + \frac{1}{5}(n-1) = \frac{1}{5}n + \frac{9}{5}$

$S_n = \frac{n(2+\frac{1}{5}n+\frac{9}{5})}{2} = \frac{n^2+19n}{10}$

$a_1 = 1, d = -2$

$a_n = 1 - 2(n-1) = -2n + 3$

$S_n = \frac{n(4-2n)}{2} = -n^2 + 2n$

$a_1 = 2, r = 2$

$a_n = 2 \cdot 2^{n-1} = 2^n$

$S_n = \frac{2(1-2^n)}{1-2} = 2^{n+1} - 2$

$a_1 = 1, r = -2$

$a_n = 1 \cdot (-2)^{n-1} = (-2)^{n-1}$

$S_n = \frac{1-(-2)^n}{3}$

$a_1 = 0, r = 9$

$a_n = 0 \cdot 9^n = 0$

$S_n = \frac{0(1-9^n)}{1} = 0$

$a_1 = 1, r = 0.1$

$a_n = 1 \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{10}\right)^{n-1}$

$S_n = \frac{1\left(1-\left(\frac{1}{10}\right)^n\right)}{1-\frac{1}{10}} = \frac{10}{9} - \frac{1}{9}\left(\frac{1}{10}\right)^{n-1}$

$\lim_{n\to\infty} S_n = \frac{10}{9}$

$0.\dot{1}2\dot{3} = 0.123123123\cdots$

$\lim_{n\to\infty} \frac{\frac{123}{1000}\left(1-\left(\frac{1}{1000}\right)^n\right)}{1-\frac{1}{1000}} = \frac{123}{999} = \frac{41}{333}$

7