03：掃出し法2（逆行列）

線形代数演習

復習

連立1次方程式の解法のポイント

- 連立方程式が解をもつ必要十分条件

$$r(A|b) = r(A)$$

- n変数の連立方程式が唯一解をもつ必要十分条件

$$r(A|b) = r(A) = n$$

- 同次形の連立一次方程式

$$Ax = 0$$

  - $x = 0$は自明な解
  - $m \times n$行列Aの
    同次方程式$Ax = 0$の解が自明なものに限る必要十分条件
    $$r(A) = n$$
  - $m < n$ならば$Ax = 0$は自明でない解をもつ

練習問題（連立1次方程式を解け）

①
$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 0 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}$$

②
$$\begin{pmatrix} -3 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

③
$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & -3 \\ 1 & 2 & 7 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

④
$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 9 \\ -1 & 1 & -3 \\ 1 & -3 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

⑤
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -5 & 4 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -6 \end{pmatrix}$$

復習

⑥
$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 4 & 5 \\ -1 & 2 & 0 & -1 & -2 \\ 3 & -6 & 1 & 4 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

⑦
$$\begin{pmatrix} 1 & -4 & 3 & 4 & -3 \\ 1 & -2 & 0 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

復習

練習問題（連立1次方程式を解け）

① $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 0 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 5 & -1 \\ 0 & 2 & 2 & 6 \\ 1 & 0 & 3 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{①\leftrightarrow③} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 6 \\ 2 & -1 & 5 & -1 \end{array}\right) \xrightarrow[②\times\frac{1}{2}]{③+①\times(-2)} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & -1 & -3 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{③+②} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

r(A)=r(A|b)=2
自由度1

$x_3 = t$とおく.

$x_2 = 3 - t$

$x_1 = 1 - 3t$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-3t \\ 3-t \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} t \qquad (t:\text{任意の数})$$

復習

練習問題（連立1次方程式を解け）

② $\begin{pmatrix} -3 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -3 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & 0 \end{array}\right)\xrightarrow{①\leftrightarrow②}\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & 0 \\ -3 & 3 & 1 & 1 \end{array}\right)\xrightarrow{②+①\times 3}\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 7 & 1 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{②\times\frac{1}{7}}\left(\begin{array}{ccc|c} \boxed{1} & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & \frac{1}{7} \end{array}\right)$$

r(A)=r(A|b)=2
自由度1

$x_2=t$とおく.

$x_3=\frac{1}{7}$

$x_1=t-\frac{2}{7}$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} t-\frac{2}{7} \\ t \\ \frac{1}{7} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -\frac{2}{7} \\ 0 \\ \frac{1}{7} \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}t \qquad (t:\text{任意の数})$$

復習

練習問題（連立1次方程式を解け）

③ $$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & -3 \\ 1 & 2 & 7 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 5 \\ -1 & 0 & -3 & -4 \\ 1 & 2 & 7 & 3 \end{array}\right) \xrightarrow[\text{③}+\text{①}\times(-1)]{\text{②}+\text{①}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 5 \\ 0 & -1 & -2 & 1 \\ 0 & 3 & 6 & -2 \end{array}\right) \xrightarrow{\text{②}\times(-1)} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & 6 & -2 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow[\text{③}+\text{②}\times(-3)]{\text{①}+\text{②}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$r(A)=2 \neq r(A|b)=3$
解なし

復習

練習問題（連立1次方程式を解け）

④ $$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 9 \\ -1 & 1 & -3 \\ 1 & -3 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

同次方程式なので自明な解をもつ

$$x_1 = x_2 = x_3 = 0$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 9 & 0 \\ -1 & 1 & -3 & 0 \\ 1 & -3 & -3 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{①\leftrightarrow③} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & -3 & 0 \\ -1 & 1 & -3 & 0 \\ 2 & -1 & 9 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow[③+①\times(-2)]{②+①} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & -3 & 0 \\ 0 & -2 & -6 & 0 \\ 0 & 5 & 15 & 0 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow[③\times(\frac{1}{5})]{②\times(-\frac{1}{2})} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow[③+②\times(-1)]{①+②\times3} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

r(A)=r(A|b)=2
自由度1

$x_3 = t$とおく.

$x_2 = -3t$

$x_1 = -6t$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6t \\ -3t \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} t \qquad (t:\text{任意の数})$$

復習

練習問題（連立1次方程式を解け）

⑤ $$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -5 & 4 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 2 & -1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -5 & 4 & 1 & -6 \end{array}\right) \xrightarrow[③+①]{②+①\times(-2)} \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 2 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -5 & -7 \\ 0 & 3 & -3 & 3 & 3 & -3 \end{array}\right) \xrightarrow{③\times(\frac{1}{3})} \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 2 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -5 & -7 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \end{array}\right) \xrightarrow{③+②\times(-1)}$$

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 2 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -5 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 6 \end{array}\right) \xrightarrow{③\times(\frac{1}{6})} \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 2 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -5 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow[②+③\times5]{①+③\times(-2)} \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 2 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right)$$

r(A)=r(A|b)=3
自由度=5-3=2

$x_3 = t_1, x_4 = t_2$とおく.

$x_5 = 1$

$x_2 = -2 + t_1 - t_2$

$x_1 = 1 - 2t_1 + t_2$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-2t_1+t_2 \\ -2+t_1-t_2 \\ t_1 \\ t_2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t_1\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t_2\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$ $(t_1, t_2:$任意の数$)$

復習

練習問題（連立1次方程式を解け）

⑥

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 4 & 5 \\ -1 & 2 & 0 & -1 & -2 \\ 3 & -6 & 1 & 4 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & 3 & 4 & 5 & 1 \\ -1 & 2 & 0 & -1 & -2 & 0 \\ 3 & -6 & 1 & 4 & 7 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow[③+①\times(-3)]{②+①} \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & 3 & 4 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 3 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -8 & -8 & -8 & -2 \end{array}\right) \xrightarrow{②\times\frac{1}{3}} \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & 3 & 4 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -8 & -8 & -8 & -2 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{③+②\times 8} \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & 3 & 4 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 \end{array}\right)$$

r(A)2≠r(A|b)=3

解なし

復習

練習問題（連立1次方程式を解け）

⑦
$$\begin{pmatrix} 1 & -4 & 3 & 4 & -3 \\ 1 & -2 & 0 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -4 & 3 & 4 & -3 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 1 & -2 & 0 \\ -1 & 2 & 2 & 1 & 4 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow[③+①]{②+①\times(-1)} \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -4 & 3 & 4 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & -3 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 5 & 5 & 1 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{③+②} \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -4 & 3 & 4 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & -3 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 2 & 0 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{③\times\frac{1}{2}} \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -4 & 3 & 4 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & -3 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow[①+③\times(-3)]{②+③\times 3} \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -4 & 0 & 1 & -6 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{②\times\frac{1}{2}} \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -4 & 0 & 1 & -6 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

r(A)=r(A|b)=3
自由度=5-3=2

$x_4 = t_1, x_5 = t_2$とおく．

$x_3 = -t_1 - t_2$

$x_2 = -2t_2$

$x_1 = -t_1 - 2t_2$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -t_1 - 2t_2 \\ -2t_2 \\ -t_1 - t_2 \\ t_1 \\ t_2 \end{pmatrix} = t_1 \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t_2 \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (t_1, t_2 : \text{任意の数})$$

復習

解をもつためのa,bの条件を求めよ.

⑧ $$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ a \\ b \end{pmatrix}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & a \\ 1 & 1 & 1 & b \end{array}\right) \xrightarrow{①\leftrightarrow③} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & b \\ 0 & -1 & 1 & a \\ 2 & 1 & 3 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{③+①\times(-2)} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & b \\ 0 & -1 & 1 & a \\ 0 & -1 & 1 & 1-2b \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{③+②\times(-1)} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & b \\ 0 & -1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 0 & 1-2b-a \end{array}\right) \xrightarrow{①+②} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 2 & a+b \\ 0 & -1 & 1 & a \\ 0 & 0 & 0 & 1-2b-a \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{②\times(-1)} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 2 & a+b \\ 0 & 1 & -1 & -a \\ 0 & 0 & 0 & 1-2b-a \end{array}\right)$$

r(A)=r(A|b)となるために

$$1-2b-a=0$$

$$\therefore a+2b=1$$

復習

解をもつためのa, bの条件を求めよ.

⑨ $$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & -2 & a \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 5 \\ 2 & -2 & a & 5 \end{array}\right) \xrightarrow[\text{③}+\text{①}\times(-2)]{\text{①}+\text{②}\times(-1)} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & a-2 & 1 \end{array}\right)$$

r(A)=r(A|b)となるために

$$a-2 \neq 0$$

$$\therefore a \neq 2$$

行基本変形を利用して逆行列を求める

$$\begin{cases} 2x+5y=12 \\ 4x-2y=0 \end{cases}$$

前回の問題に対して

$$\left(\begin{array}{cc|c} 2 & 5 & 12 \\ 4 & -2 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{②+①\times(-2)} \left(\begin{array}{cc|c} 2 & 5 & 12 \\ 0 & -12 & -24 \end{array}\right)$$

ランクは2，自由度0　解は一意に定まる

$$\xrightarrow{②\times(-\frac{1}{12})} \left(\begin{array}{cc|c} 2 & 5 & 12 \\ 0 & 1 & 2 \end{array}\right) \xrightarrow{①+②\times(-5)} \left(\begin{array}{cc|c} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{①\times(\frac{1}{2})} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{array}\right)$$

$$\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$$

行基本変形を利用して逆行列を求める

単位行列の挿入

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & 5 & 1 & 0 \\ 4 & -2 & 0 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{②+①\times(-2)} \left(\begin{array}{cc|cc} 2 & 5 & 1 & 0 \\ 0 & -12 & -2 & 1 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{②\times(-\frac{1}{12})} \left(\begin{array}{cc|cc} 2 & 5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{6} & -\frac{1}{12} \end{array}\right) \xrightarrow{①+②\times(-5)} \left(\begin{array}{cc|cc} 2 & 0 & \frac{1}{6} & \frac{5}{12} \\ 0 & 1 & \frac{1}{6} & -\frac{1}{12} \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{①\times(\frac{1}{2})} \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & \frac{1}{12} & \frac{5}{24} \\ 0 & 1 & \frac{1}{6} & -\frac{1}{12} \end{array}\right)$$

逆行列

x，yの解

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{12} & \frac{5}{24} \\ \frac{1}{6} & \frac{-1}{12} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 12 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

別解

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{2(-2)-5\cdot 4} \begin{pmatrix} -2 & -5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} = \frac{1}{-24} \begin{pmatrix} -2 & -5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$$

練習問題（逆行列を求めよ）

① $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

② $\begin{pmatrix} -3 & -6 & 2 \\ 3 & 5 & -2 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$

③ $\begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 5 \end{pmatrix}$

④ $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

⑤ $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$

練習問題（逆行列を用いて解け）

⑥
$$\begin{pmatrix} 5 & -2 & 2 \\ 3 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

⑦
$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & -1 \\ 5 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$$

練習問題（$a \neq 0$のとき逆行列を求めよ）

⑧ $\begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 0 & a & 1 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$

⑨ $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -a+1 \\ 2 & 3 & 2a \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$